

Sección 1 (3 puntos) Bloque 1

1. Una industria fabrica planchas de acero y de aluminio. Cada kilo de plancha de acero requiere 4 horas de trabajo y 60€ en gasto de material y arroja unos beneficios de 45€, mientras que cada kilo de plancha de aluminio supone 7 horas de trabajo y tiene un gasto de 48€ siendo el beneficio de 30€. Cada semana, la industria cuenta con 200 horas de trabajo y 2088€ en material y está obligada a producir un mínimo de 15 kg de planchas de acero y 10 kg de las de aluminio.

- Expresa la función objetivo, escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido. (1.25 puntos)
- Determina cuántos kilos de cada tipo de plancha deben fabricarse para que el beneficio sea máximo. (0.25 puntos)

2. Tras la Semana Santa, la cantidad de agua embalsada en conjunto entre los embalses de Torre de Abraham, Gasset y Azután es de 156 hm³. El agua embalsada en Azután coincide con el doble de la diferencia entre Torre de Abraham y Gasset y además, el embalse de Gasset contiene un tercio del agua que contiene Azután.

- Plantea el sistema de ecuaciones para calcular qué cantidad de agua hay embalsada en cada embalse. (0.75 puntos)
- Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior. (0.75 puntos)

Bloque 2

1. El precio, $P(x)$ (en euros), de las acciones de una compañía a lo largo de 10 días ($x \equiv$ días) viene expresado por la función

$$P(x) = \begin{cases} 18x^2 - 100x + 162 & \text{si } 0 \leq x \leq c \\ -x^3 + 18x^2 - 96x + 162 & \text{si } c < x < 10 \end{cases}$$

- ¿Para qué valor de c el precio de las acciones se comporta de forma continua en $x = c$? (0.5 puntos)
- Para $c = 2$, ¿cuándo se tienen los precios máximo y mínimo de las acciones a partir del segundo día? (0.5 puntos)
- Para $c = 2$, determina en qué intervalos de tiempo el precio de las acciones crece y en cuáles decrece a partir del segundo día. (0.5 puntos)

2. Dada la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$, encuentra el valor de los parámetros a , b y c sabiendo que la función pasa por el punto $(0, 3)$ y la ecuación de la recta tangente a la función en el punto $(1, 8)$ es $y = 2x + 6$. (1.5 puntos)

Sección 2 (3.5 puntos) Bloque 1

3. En un taller el 10 % de las reparaciones se realizan a motos, el 70 % a coches y el resto a furgonetas. Se sabe que un 20 % de las reparaciones a motos, un 60 % de las reparaciones a coches y un 85 % de las reparaciones a furgonetas las paga el seguro.

- Elegido un vehículo al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la reparación no la pague el seguro? (0.75 puntos)
- Si se sabe que una reparación la ha pagado el seguro, ¿cuál es la probabilidad de que sea de una moto? (0.75 puntos)

4. Las horas de sueño de la población adolescente española sigue una distribución normal de media desconocida y varianza $\sigma^2 = 4$ horas². Se ha tomado una muestra de 12 adolescentes y las horas de sueño registradas han sido 6.5, 8.4, 9.6, 7.4, 7.1, 6.8, 8.8, 8.3, 8.0, 7.1, 7.8 y 9.0 horas.

- Calcula el intervalo de confianza para la media poblacional de las horas de sueño con un nivel de confianza del 95.96 %. (1 punto)
- ¿Cuál sería el error máximo admisible si se hubiera utilizado una muestra de 64 adolescentes y un nivel de confianza del 96.52 %? (1 punto)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857

Bloque 2

3. De los bebés inscritos en el mes de mayo en Castilla-La Mancha, 72 tienen el nombre de Alba, Pablo o David. Sabemos que el número de bebés llamados David coincide con la diferencia entre los que se llaman Pablo y las que se llaman Alba. Además, se han inscrito tantas niñas con el nombre de Alba como la suma de los inscritos como David y un tercio de los inscritos como Pablo.

- a) Plantea el sistema de ecuaciones que permita averiguar cuántos bebés han sido inscritos con cada uno de los nombres. (0.75 puntos)
- b) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior. (0.75 puntos)

4. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$.

- a) Comprueba que $A^2 = 2A - I$, siendo I la matriz identidad de orden 3. (1 punto)
- b) Usando la fórmula anterior, expresa A^4 a partir de las matrices A e I y calcula su valor. (1 punto)

Sección 3 (3.5 puntos) Bloque 1

5. El 70 % de los usuarios de una plataforma de streaming ve series, el 20 % ve documentales y el 12 % ve series y documentales.

- a) ¿Cuál es el porcentaje de usuarios que no ve ni series ni documentales? (0.75 puntos)
- b) Si elegido un usuario al azar, indica que ve series, ¿cuál es la probabilidad de que vea documentales? (0.75 puntos)

6. En una empresa de telefonía, el número de llamadas al día que reciben de clientes para hacer reclamaciones sigue una distribución normal de media desconocida y desviación típica $\sigma = 280$ llamadas. Se ha tomado una muestra aleatoria de 100 días proporcionando una media de 486 llamadas de clientes al día.

- a) Calcula el intervalo de confianza para la media poblacional del número de llamadas con un nivel de confianza del 95 %. (1 punto)
- b) Explica, justificando la respuesta, qué ocurrirá con la amplitud del intervalo si para el mismo nivel de confianza aumentamos el tamaño de muestra. (0.5 puntos)
- c) ¿Se puede aceptar la afirmación de que la media de llamadas al día es de 500 con un nivel de confianza del 99 %? Justifica la respuesta. (0.5 puntos)

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767

Bloque 2

5. En una empresa farmacéutica, el rendimiento económico, $R(x)$ (en millones de euros), de un fármaco en función del tiempo, x (en años), desde su lanzamiento viene expresado por la función

$$R(x) = \begin{cases} 2x + 4 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ (5 + t)x - 1 & \text{si } 2 < x \leq 5 \\ -(x + t)^2 + (14 + t)x - 30 & \text{si } 5 < x \leq 11 \end{cases}$$

- a) ¿Existe algún valor de t para el que el rendimiento económico del fármaco sea continuo en $x = 5$? (0.75 puntos)
- b) Representa gráficamente el rendimiento económico del fármaco para $t = 0$. (0.75 puntos)

6. El número de turistas que visitan una ciudad durante un día determinado se ajusta a la función $P(t) = 432t - t^3$ donde t es la hora del día entre las 8 de la mañana y las 8 de la tarde ($8 \leq t \leq 20$) y $P(t)$ indica el número de visitantes.

- a) ¿En qué momento del día se produce una máxima afluencia? ¿Cuál es esa máxima afluencia? (1.25 puntos)
- b) ¿En qué intervalos de horas sube y en cuáles baja la afluencia de visitantes? (0.75 puntos)